

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

ZAHARIA, DAN

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VI-a / Dan Zaharia,
Maria Zaharia. - Ed. a 11-a. - Pitești : Paralela 45, 2022-
2 vol.

ISBN 978-973-47-3642-3

Partea 1. - 2022. - ISBN 978-973-47-3643-0

I. Zaharia, Maria

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45

Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492

E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2022

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA

matematică
algebră
geometrie

clasa a VI-a

partea I

ediția a XI-a



mate 2000 – consolidare

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

- * Inițiere (înțelegere)
- ** Consolidare (aplicare și exersare)
- *** Excelență (aprofundare și performanță)
- **** Supermate

Legendă

PE = portofoliul elevului

PP = portofoliul profesorului

PE-PP = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

RECAPITULAREA MATERIEI DIN CLASA A V-A

PP Competențe generale

- C₁. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
- C₂. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
- C₃. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
- C₄. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, a concluziilor și a demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
- C₅. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
- C₆. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

PE 1. Exerciții și probleme recapitulative

1. Calculați:
 - a) $1^{2020} - 2020^0 + 3^2 - 2^3$;
 - b) $2^{12} : 2^{10} + 5^2 - 3^2 + 2018^0$;
 - c) $2019^0 + 1^{2019} + 2018^1 + 0^{2018} - 2017^1$;
 - d) $[(2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6) : (2^2 + 2^3)] \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3)$.
2. Aflați ultima cifră a numărului:
 $a = 5^{2020} + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2019 + 2 \cdot 3$.
3. Calculați: $2021 \cdot 2020 - 2021 \cdot 2019 - 2021$.
4. Arătați că numărul:
 $a = 2 + 4 + 6 + \dots + 100 + 51$ este pătrat perfect.
5. Aflați numerele care împărțite la 5 dau câtul cu o unitate mai mare decât restul.
6. Diferența a două numere naturale este 24. Împărțind numărul mai mare la cel mai mic, se obține câtul 3 și restul 2. Aflați numerele.
7. Transformați fracțiile ordinare $\frac{17}{4}$, $\frac{11}{3}$ și $\frac{71}{330}$ în fracții zecimale.
8. Efectuați calculele:
 - a) $2,8 \cdot 4,5 - 1,7 \cdot 5,2$;
 - b) $1,4 \cdot (2,1 - 0,3) : 2$;
 - c) $[2,(3) \cdot 0,3 + 7,(1) \cdot 4,5] : 1,2$.
9. Diferența a două numere este 83,04. Știind că unul este de 7 ori mai mare decât celălalt, aflați numerele.

- 10.** a) Scrieți cu cifre romane numerele: 2020, 1957, 2010.
b) Scrieți cu cifre arabe numerele: CXXIV, MCCXLIX, MDCCL.
- 11.** Aflați $a + b + c$, știind că:
a) $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 55$;
b) $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 555$.
- 12.** Suma a două numere este 184, iar diferența lor este 16. Calculați numerele.
- 13.** Suma a două numere este 100. Aflați numerele, știind că unul este de 3 ori mai mare decât celălalt.
- 14.** Într-un bloc sunt apartamente cu 2 camere și apartamente cu 3 camere. Calculați câte apartamente cu 3 camere sunt, știind că în bloc sunt 20 de apartamente și 45 de camere.
- 15.** Mihai s-a gândit la un număr din care a scăzut 5. Rezultatul obținut l-a împărțit la 5. A mărit numărul obținut cu 1 și noul rezultat l-a mărit de 4 ori obținând numărul 80. La ce număr s-a gândit Mihai?
- 16.** Șapte kilograme de vișine costă 35 de lei. Cât costă 5 kilograme de vișine de aceeași calitate?
- 17.** Patru robinete, care au același debit, curg împreună și umplu cu apă un rezervor în 6 ore. În câte ore pot umple același rezervor 3 robinete cu același debit?
- 18.** Pentru 10 cutii cu creioane colorate și 5 caiete, Alexandra plătește 65 lei, iar pentru 5 cutii cu creioane colorate și 3 caiete plătește 36 lei. Calculați cât costă o cutie cu creioane colorate și cât costă un caiet.
- 19.** a) Suma a două numere prime este 30. Determinați cele două numere.
b) Diferența a două numere prime este 20. Determinați cele două numere, știind că sunt mai mici decât 50.
c) Determinați numerele prime a și b , știind că $5a + 3b = 19$.
- 20.** Aflați restul împărțirii numărului $2^{n+3} - 2^n \cdot 3 + 2^n \cdot 5$ la 10.
- 21.** a) Câte numere de forma $\overline{x1yz}$ sunt divizibile cu 2?
b) Câte numere de forma $\overline{ab2c}$ sunt divizibile cu 5?
c) Câte numere de forma $\overline{x3xy}$ sunt divizibile cu 10?
- 22.** Dacă a, b, c sunt numere naturale, arătați că numărul $n = 27a + 81b + 9c + 45$ este multiplu de 9.
- 23.** Media aritmetică a două numere este 362, iar unul dintre numere este 174. Aflați celălalt număr.
- 24.** În clasa a VI-a B sunt 32 de elevi care participă la cel puțin una dintre olimpiadele: Olimpiada de limba și literatura română și Olimpiada de matematică. Știind că 28 de elevi participă la Olimpiada de limba și literatura română și 12 elevi participă la Olimpiada de matematică, determinați câți elevi participă doar la Olimpiada de limba și literatura română.
- 25.** Pentru amenajarea unui acvariu de formă cubică, cu muchia de 50 cm, se pun 15 kg de pietriș și 75 ℓ de apă. Știind că 1 dm^3 de pietriș cântărește 0,6 kg, aflați până la ce înălțime se ridică apa în vas.
- 26.** Un dreptunghi are aria egală cu 27 m^2 și lățimea egală cu $\frac{1}{3}$ din lungimea sa. Aflați perimetrul dreptunghiului.

- 27.** Folosind instrumentele geometrice desenați:
- un unghi nul AOB ;
 - un unghi alungit MNP ;
 - un unghi drept XYZ ;
 - un unghi obtuz CDE ;
 - un unghi ascuțit FGH .
- 28.** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:
- Un segment are o singură axă de simetrie.
 - Un unghi are două axe de simetrie.
 - Dreptunghiul are 4 axe de simetrie.
 - Pătratul are două axe de simetrie.
- 29.** Definiți următoarele noțiuni:
- mijlocul unui segment;
 - segmente congruente;
 - simetricul unui punct față de o dreaptă;
 - unghi nul;
 - unghi alungit.
- 30.** Calculați:
- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $24^{\circ}17' + 17^{\circ}24'$; | e) $43^{\circ}24' + 17^{\circ}53'$; |
| b) $65^{\circ}14' - 15^{\circ}7'$; | f) $74^{\circ}10' - 24^{\circ}25'$; |
| c) $21^{\circ}11' \cdot 5$; | g) $31^{\circ}17' \cdot 7$; |
| d) $60^{\circ}45' : 5$; | h) $53^{\circ}12' : 4$. |
- 31.**
- Aproximați numărul 1957 prin lipsă la unități, zeci, sute.
 - Aproximați numărul 1957 prin adaos la unități, zeci, sute.
 - Rotunjiți numărul 1957 la unități, zeci, sute.

PE-PP 2. Teste de evaluare

- La toate testele, pentru rezolvarea corectă a cerințelor din Partea I și Partea a II-a se acordă 9 puncte. Din oficiu se acordă 1 punct.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul de lucru efectiv este de 45 de minute.

✿ TESTUL 1 ✿

Partea I. Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,5p) 1.** Rezultatul calculului $3 + 2 \cdot 5 - 12 : 4$ este egal cu:
 A. 10 B. 20 C. 22 D. 16
- (0,5p) 2.** Se consideră un unghi cu măsura de $45^{\circ}20'$. Unghiul este:
 A. nul B. alungit C. obtuz D. ascuțit
- (0,5p) 3.** Suma tuturor numerelor care împărțite la 7 dau câtul 5 este egală cu:
 A. 266 B. 175 C. 185 D. 205
- (0,5p) 4.** Produsul cifrelor x pentru care $\overline{42x}$ este divizibil cu 3 este:
 A. 18 B. 0 C. 12 D. 6

- (0,5p) 5. Media aritmetică a numerelor 3,75 și 4,25 este egală cu:
A. 4,05 B. 3,90 C. 4,10 D. 4
- (0,5p) 6. Rezultatul calculului $\frac{11}{7} + \frac{8}{7} - \frac{5}{7}$ este egal cu:
A. 2 B. 1 C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{5}{7}$
- (0,5p) 7. Perimetrul unui pătrat este de 12 cm. Aria pătratului este egală cu:
A. 9 B. 16 C. 25 D. 36
- (0,5p) 8. Transformând 23 ha în metri pătrați, obținem:
A. 230 m² B. 230 000 m² C. 2300 m² D. 23 000 m²
- (0,5p) 9. Frația $\frac{12}{5}$ scrisă ca număr zecimal este egală cu:
A. 2,4 B. 2,6 C. 2,5 D. 3

Partea a II-a. Scrieți rezolvările complete.

- (0,9p) 10. a) Desenați două drepte a și b concurente în punctul M .
b) Desenați două drepte AB și MN paralele.
c) Desenați un unghi drept XOY .
- (0,9p) 11. Mihaela își cumpără o trusă de geometrie care costă 30 lei. Calculați câți lei mai are Mihaela, dacă trusa a costat $\frac{1}{3}$ din suma pe care o avea.
- (0,9p) 12. Efectuați calculele: $(3 + 3^2) : 2^2 - 2017^0 + 1^{2016}$.
- (0,9p) 13. Scrieți numărul natural care împărțit la un număr de o cifră dă câtul 10 și restul 8.
- (0,9p) 14. Scrieți toate numerele de forma $\overline{7xy}$ divizibile cu 5, știind că $x = y + 1$.

TESTUL 2

Partea I. Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,5p) 1. Rezultatul calculului $10 + 10 : 2$ este egal cu:
A. 10 B. 15 C. 18 D. 22
- (0,5p) 2. Se consideră 10 puncte distincte două câte două. Numărul maxim de drepte determinate de cele 10 puncte este egal cu:
A. 50 B. 45 C. 10 D. 5
- (0,5p) 3. Cifra x pentru care numărul $\overline{41x}$ este divizibil cu 3 este:
A. 1 B. 0 C. 9 D. 3
- (0,5p) 4. Rezultatul calculului $2^3 - 5^0 + 187 : 17$ este egal cu:
A. 19 B. 20 C. 18 D. 14
- (0,5p) 5. Numărul 1,25, transformat în fracție ordinară, este egal cu:
A. $\frac{7}{10}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{3}{10}$
- (0,5p) 6. Media aritmetică a numerelor 1,47 și 3,53 este egală cu:
A. 1,75 B. 2 C. 2,5 D. 1,25

Algebră

Capitolul I Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale

PP Competențe specifice

- 1.1. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relației de divizibilitate în \mathbb{N}
- 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 și 9 în \mathbb{N}
- 3.1. Utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și de determinare a c.m.m.d.c. și a c.m.m.m.c.
- 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete care se pot descrie utilizând mulțimile și divizibilitatea în \mathbb{N}
- 5.1. Analizarea unor situații date în contextul mulțimilor și al divizibilității în \mathbb{N}
- 6.1. Transpunerea, în limbaj matematic, a unor situații date utilizând mulțimi, operații cu mulțimi și divizibilitatea în \mathbb{N}

PE-PP 1.1. Mulțimi

1.1.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime



Mulțimea este o colecție de obiecte bine determinate și distincte numite **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu litere mari, iar **elementele mulțimii** se notează cu litere mici.

Dacă A este o mulțime și x , un element al său, atunci vom scrie $x \in A$ și vom citi x aparține lui A . Dacă x nu este un element al mulțimii A , atunci vom scrie $x \notin A$ și vom citi x nu aparține lui A .

O mulțime poate fi dată în trei moduri:

1. numind fiecare element al mulțimii; în acest caz mulțimea se scrie punând între acolade elementele sale;

Exemplu: $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

2. cu ajutorul diagramei Venn–Euler; în acest caz, mulțimea poate fi ilustrată desenând o curbă închisă și scriind în interiorul ei elementele corespunzătoare (fig. 1);



Fig. 1

3. enunțând o proprietate caracteristică elementelor mulțimii (pe care o are oricare element al mulțimii și nu o are niciun alt element care nu aparține mulțimii).

Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este număr natural și } x < 4\}$.

● Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă**; ea se notează cu simbolul \emptyset .

● Mulțimea care are ca elemente toate numerele naturale este numită **mulțimea numerelor naturale**. Aceasta se notează cu \mathbb{N} . Așadar:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

● Numărul de elemente al unei mulțimi A se numește **cardinalul** mulțimii A și se notează $\text{card } A$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE **Înțelegere** *

1. Scrieți mulțimea literelor din care este format cuvântul:
a) *biblioteca*; b) *cinematecă*; c) *actualități*.
2. Scrieți mulțimea cifrelor din care sunt formate numerele:
a) 43 257; b) 524 123; c) 17 230 415; d) 425 730.
3. Scrieți mulțimea numerelor naturale mai mici sau egale cu 4.
4. Scrieți mulțimea numerelor naturale cuprinse între 6 și 14.
5. Scrieți mulțimea cifrelor: a) pare; b) impare.
6. Fie mulțimile: $A = \{a, b, c\}$; $B = \{c, d, e\}$; $C = \{a, c, e\}$. Căror mulțimi le aparține:
a) elementul a ; b) elementul b ?
7. Fie mulțimile: $A = \{1, 3, 4, 7\}$ și $B = \{2, 4, 7, 9\}$. Scrieți valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) $2 \in A$; b) $3 \notin A$; c) $2 \notin B$;
d) $1^{2003} \in A$; e) $4 \in A$ și $4 \in B$; f) $1 \in A$ sau $7 \in B$.
8. Scrieți următoarele mulțimi cu ajutorul unei proprietăți caracteristice a elementelor:
 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$; $D = \{1, 3, 9, 27, 81, 243\}$.
9. Precizați valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) $3 \in \{0, 1, 3\}$; b) $2 \notin \{1, 4, 5\}$;
c) $4 \in \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$; d) $0 \in \emptyset$;
e) $2^{21} \in \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3^{14}\}$; f) $10 \in \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x < 12\}$.

PE **Aplicare și exersare** **

10. Fie $A = \{0, 1, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 2^a + a \text{ și } a \in A\}$. Scrieți elementele mulțimii B și calculați $\text{card } B$.
11. Indicați propozițiile false:
a) $2 \in \{1, 7, 3\}$; b) $7^0 \in \{1, 3, 9\}$; c) $4 \notin \{1, 2, 3\}$;
d) $7 \notin \{0, 3, 7, 11\}$; e) $0 \in \emptyset$; f) $0 \notin \emptyset$.
12. Scrieți următoarele mulțimi enumerând elementele acestora:
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$; $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$;
 $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 7\}$; $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x \leq 10\}$.

13. Scrieți elementele mulțimilor:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}, k \leq 3\}; \quad B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2^k, k \in \mathbb{N}, k < 4\};$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, 2^x \leq 32\}; \quad D = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x^3 \leq 64\}.$$

14. Scrieți elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^x = 1 \text{ sau } 3^x = 27\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 12 \text{ și } x^2 \geq 9\}; \quad D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } n^2, n \in \mathbb{N}\}.$$

15. Aflați cardinalul mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 2\,001\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 1\,957\}; \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 10\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 7\}; \quad E = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x \leq 14\}; \quad F = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 2\,002\}.$$

16. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x + 3 < 7\}; \quad B = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, 2^3 - 5 > x \text{ și } x \leq 3^3 - 2\};$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ este pătrat perfect de două cifre}\}; \quad D = \{\overline{2x} \mid x \text{ este cifră impară}\};$$

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ este pătrat perfect și } x \text{ are ultima cifră } 3\}; \quad F = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 2^{x+1} = 32\}.$$

17. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

$$\text{a) } \{1, 2, 3\} = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 \leq 5\}; \quad \text{b) } \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x - 2^0 = 63\} = \{6\};$$

$$\text{c) } \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 1 \text{ este cifră pară}\}.$$

PE Aprofundare și performanță ***

18. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 8^x + 8^{x+1} \text{ este pătrat perfect}\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 24^x + 24^{x+1} \text{ este pătrat perfect}\}.$$

19. Scrieți elementele mulțimilor de mai jos. Ce observați?

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x \leq 11\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x - 2 \leq 9\}; \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 13 \leq 2x - 1 \leq 21\}.$$

20. Determinați mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = \overline{2ab} \text{ și } x \text{ pătrat perfect}\};$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = \overline{lab} \text{ și } x \text{ pătrat perfect}\}; \quad C = \{x \in \mathbb{N}^* \mid (1 + 2 \cdot 2^2 \cdot 2^{49}) : (1 + 2^{52}) \geq x\}.$$

PE-PP Supermate ****

21. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan proprietățile:

$$\text{a) } \{1, 2, 3, 4\} \text{ reprezintă mulțimea formată din toate elementele mulțimilor } A \text{ și } B;$$

$$\text{b) fiecare mulțime are câte două elemente;} \quad \text{c) dacă } x \in A, \text{ atunci } x + 1 \in B.$$

22. Se dă mulțimea A formată din numere naturale, cu proprietățile:

$$\text{a) } 9 \in A; \quad \text{b) dacă } x \in A, \text{ atunci } 5x + 1 \in A; \quad \text{c) dacă } 7x + 4 \in A, \text{ atunci } x \in A.$$

Arătați că $6 \in A$.

PE-PP 1.1.2. Relații între mulțimi



- Două mulțimi sunt **egale** dacă au aceleași elemente. Dacă A și B sunt două mulțimi egale, notăm $A = B$, iar dacă nu sunt egale notăm $A \neq B$.
- Fie A și B două mulțimi; A este inclusă în B dacă orice element al mulțimii A este și element al mulțimii B . Se scrie $A \subset B$. Se mai spune că B **include** pe A și se scrie $B \supset A$. În acest caz se spune despre A că este o **submulțime** a lui B . Dacă A nu este inclusă în B , adică A nu este o submulțime a lui B , notăm $A \not\subset B$ (citim „ A nu este inclus în B ”) sau $B \not\supset A$ (citim „ B nu include pe A ”).
- Se consideră că mulțimea \emptyset este **submulțime** a oricărei mulțimi A .
- Orice mulțime este **inclusă** în ea însăși. Deci $A \subset A$, oricare ar fi mulțimea A .
- Două mulțimi sunt **egale** dacă fiecare dintre ele este o submulțime a celeilalte mulțimi: $A = B$ dacă și numai dacă $A \subseteq B$ și $B \subseteq A$.

● ● ● **activități de învățare** ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Scrieți toate submulțimile mulțimilor:
a) $\{1, 2\}$; b) $\{2, 3, 5\}$; c) $\{a, b, c\}$.
2. Scrieți trei submulțimi ale mulțimii numerelor naturale.
3. Scrieți toate mulțimile X care îndeplinesc condițiile: $\{1, 3\} \subset X$ și $X \subset \{1, 2, 3, 5, 7\}$.
4. Dați trei exemple de mulțimi egale cu mulțimea vidă.
5. Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x \leq 10\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 < 7\}$.
a) Scrieți elementele celor două mulțimi.
b) Stabiliți dacă $A \subset B$ sau $B \subset A$.
6. Care dintre mulțimile de mai jos sunt egale?
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 8\}$; $B = \{4, 5, 6, 7\}$; $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 7\}$;
 $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 3, x \text{ cifră}\}$; $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5, x \text{ număr par}\}$.
7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\{1, 2, 5\} \subset \{0, 1, 2, 5, 7\}$; b) $\{1, 2, 5\} \supset \{0, 1, 2, 5, 7\}$;
c) $\{3, 7, 11\} \supset \{3\}$; d) $\{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 2\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$;
e) $\emptyset \subset \{0\}$; f) $\{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 5\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este cifră a numărului } 34\ 021\}$.

PE Aplicare și exersare **

8. Fie $M = \{11, 21, 31, \dots, 91\}$.
a) Scrieți cardinalul mulțimii M .
b) Scrieți trei submulțimi ale mulțimii M formate din câte patru elemente.
c) Scrieți toate submulțimile mulțimii M formate din câte opt elemente.
9. Fie $M = \{0, 1, 7\}$.
a) Scrieți toate submulțimile mulțimii M .
b) Scrieți mulțimea X formată din submulțimile mulțimii M .
c) Scrieți cardinalul mulțimii X .

Capitolul II

RAPOARTE ȘI PROPORȚII

PP Competențe specifice

- 1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- 2.2. Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- 3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale
- 4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date
- 5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- 6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

PE-PP 2.1. Rapoarte



2.1.1. Raport

Raportul a două numere a și b cu $b \neq 0$ este câtul $a : b$ și se notează $\frac{a}{b}$. Numerele a și b se numesc **termenii** raportului.

Observații:

1. Raportul măsurilor a două mărimi de același fel se face după ce mărimile se măsoară cu aceeași unitate de măsură. Acest raport nu depinde de unitatea de măsură folosită.
2. De multe ori se definește raportul a două mărimi care nu sunt de același fel. De exemplu, **viteza** unui mobil este raportul dintre distanța parcursă de acesta și timpul în care mobilul parcurge distanța respectivă.

2.1.2. Titlul unui aliaj

Numim **titlul unui aliaj** raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului:

$$T = \frac{m}{M}$$

Exemplu: Un aliaj conține 812 g aur și 1188 g cupru. Care este titlul aliajului?

Rezolvare: Masa aliajului este $M = 812 + 1188 = 2000$ (g), masa aurului este $m = 812$ g, iar titlul aliajului este $T = \frac{m}{M} = \frac{812}{2000} = 0,406$.

2.1.3. Concentrația unei soluții

Numim **concentrația** unei soluții raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

Exemplu: Într-un vas se află o soluție de sare în apă. Masa soluției este de 120 g, iar cea a sării este de 9,6 g. Care este concentrația soluției?

$$\text{Rezolvare: } \text{Concentrația} = \frac{\text{masa substanței}}{\text{masa soluției}} = \frac{9,6}{120} = \frac{96}{1200} = 0,08.$$

2.1.4. Scara unui desen

Fie A și B două localități reprezentate într-un desen (hartă). Raportul dintre distanța măsurată pe desen între cele două localități și distanța măsurată în teren (în realitate) este **scara desenului** și notăm:

$$S = \frac{\text{distanța din desen}}{\text{distanța din teren}}$$

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Lungimea unui dreptunghi este de 8 m și lățimea de 2 m. Completați enunțurile cu răspunsul corect:

a) Raportul dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este ...; acest raport arată că lungimea este de ... ori mai mare decât lățimea. Altfel spus, lățimea dreptunghiului este de ... ori mai mică decât lungimea.

b) Raportul dintre lățimea și lungimea dreptunghiului este Acest raport arată că lățimea este ... din lungime.

2. O lădiță cu fructe cântărește 17 kg.

a) Cât va cântări o altă lădiță cu fructe, de trei ori mai grea decât prima?

b) Care este raportul dintre masa primei lădițe și masa celei de-a doua lădițe?

c) Care este raportul dintre masa celei de-a doua lădițe și masa primei lădițe?

3. Calculați valorile rapoartelor de numere:

a) 120 și 30;

b) 12 și 144;

c) $2\frac{1}{2}$ și $1\frac{1}{4}$;

d) 0,(2) și 0,(3);

e) 2,1(3) și $\frac{4}{3}$.

4. Calculați valoarea raportului dintre:

a) 24 m și 12 km;

b) 17 dm și 1,7 hm;

c) $25\frac{1}{2}$ m² și 102 ha;

d) 2,(3) dm³ și 0,(3) m³;

e) 3 h și 20 minute și 1 h și 40 minute.

5. Ce cantitate de argint se află în 800 g de aliaj cu titlul de 0,375?

6. Se face un aliaj topind la un loc 16 g aur cu 234 g cupru. Care este titlul aliajului?

7. Se topesc la un loc 200 g de aliaj cu titlul de 0,480 cu 300 g de aur pur. Care va fi titlul noului aliaj obținut?

8. Un aliaj de platină are titlul de 0,800 și conține 1968 g de platină pură. Aflați masa aliajului.

9. Concentrația de sare dintr-o soluție este de $\frac{17}{100}$. Ce cantitate de sare se găsește în 2,75 t de soluție?

10. Completați următorul tabel:

| Scara | Corespondența între distanțe |
|---------------|--|
| 1 : 1.000.000 | la 1 cm pe desen corespund ... km în realitate |
| 1 : 250.000 | la 1 cm pe desen corespund ... km în realitate |
| 1 : 20 | la 1 cm pe desen corespund ... km în realitate |
| 5 : 1 000 000 | la 1 cm pe desen corespund ... km în realitate |

11. Distanța București – Baia Mare este de 594 km. Distanța pe o hartă este de 4,5 cm.

- Determinați scara hărții.
- Știind că distanța București – Bacău este de 304 km, cât măsoară pe hartă această distanță?
- Știind că pe hartă distanța București – Turnu-Severin este de 2,6 cm, calculați distanța reală.

PE Aplicare și exersare **

12. Numărul a este de 3 ori mai mare decât numărul b și $\frac{1}{4}$ din numărul c . Aflați:

- raportul dintre a și b ;
- raportul dintre a și c ;
- raportul dintre 3 și $\frac{1}{4}$;
- raportul dintre c și b ;
- de câte ori este mai mare c decât b ;
- a câta parte din c este b .

13. Raportul dintre diametrul Lunii și diametrul Pământului este $\frac{3}{11}$. Raportul dintre diametrul Soarelui și diametrul Pământului este $\frac{108}{1}$. Aflați raportul dintre diametrul Lunii și cel al Soarelui.

14. Mihai se pregătește să meargă la un concurs de matematică și pentru aceasta rezolvă într-o lună $\frac{2}{3}$ din numărul de probleme, iar a doua lună restul. Calculați raportul dintre numărul problemelor rezolvate și numărul problemelor ce urmează a fi rezolvate, dacă Mihai avea de rezolvat:

- 60 de probleme;
 - 102 probleme.
- Ce observații puteți face?

15. Se consideră un punct M pe segmentul AB . Știind că $AB = 10$ cm și $AM = 2$ cm, calculați valoarea rapoartelor:

- $\frac{MB}{AM}$;
- $\frac{MB}{AB}$;
- $\frac{AM}{AB}$.

16. Se consideră două pătrate cu lungimile laturilor de 3 cm și respectiv 9 cm.

- Calculați raportul perimetrelor pătratelor.
- Calculați raportul ariilor pătratelor.

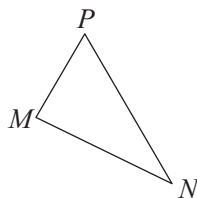
17. Raportul ariilor a două pătrate este $\frac{1}{4}$. Calculați raportul perimetrelor pătratelor respective.

18. Se consideră un triunghi MNP și pe laturile MP și PN se iau punctele A și B , astfel încât $MA = 3$ cm și $NB = 5$ cm. Dacă $MP = 9$ cm și $PN = 15$ cm, calculați:

a) $\frac{MA}{MP}; \frac{MA}{AP}; \frac{AP}{MP};$

b) $\frac{NB}{PN}; \frac{NB}{BP}; \frac{PB}{PN}.$

Ce observați?



19. Într-un vas se află 12 litri de soluție de apă cu sare având concentrația de 8%. Prin fierbere, după 5 ore s-au evaporat 4 litri de apă. Care este concentrația soluției rămase în vas?

20. Pe o hartă figurează gradația din figura alăturată.

Care este scara hărții?

21. a) Scara unui desen este 1 : 420. Care este distanța reală ce corespunde pe desen unei distanțe de 4,7 cm?

b) Scara unui desen este 1 : 500. Care este distanța pe desen ce reprezintă o distanță reală de 12 m?

c) Un desen realizat la scară reprezintă două obiecte O_1 și O_2 . Obiectul O_1 are lungimea reală de 6 m, iar pe desen are lungimea de 1,2 cm; obiectul O_2 are pe desen lungimea de 1,6 cm.

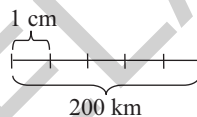
1) Care este scara desenului?

2) Care este lungimea reală a obiectului O_2 ?

22. Se topesc împreună un aliaj A din aur și aramă cu titlul 0,700 cu un aliaj B tot din aur și aramă cu titlul de 0,820. Aflați titlul noului aliaj în următoarele situații:

a) când din A se iau 4 g și din B tot 4 g; b) când din A se iau 3 g și din B 6 g.

23. Se topesc la un loc 20 g aliaj cu titlul de 0,825, 15 g aliaj cu titlul de 0,620 și 12 g aliaj cu titlul de 0,900. Ce titlu va avea noul aliaj obținut?



PE Aprofundare și performanță ***

24. Dintr-un aliaj cu titlul de 0,850 se iau 12 g. Câte grame trebuie luate din alt aliaj cu titlul de 0,650 pentru a se obține prin topire un nou aliaj cu titlul de 0,710?

25. Un aliaj cu masa de 30 g și titlul de 0,870 se topește cu alte două aliaje de mase egale, unul cu titlul de 0,880 și altul cu titlul de 0,790. Se obține un nou aliaj cu titlul de 0,850. Care este masa aliajului obținut?

26. O soluție de sare (dizolvată în apă) cântărește 25 g. Concentrația soluției este de $\frac{9}{10}$.

Câtă apă trebuie să adăugăm pentru a obține o soluție de concentrație $\frac{3}{20}$?

27. În două vase se află soluții (oțet + apă). Concentrația soluției din primul vas este $\frac{3}{5}$,

iar a celei din al doilea este $\frac{4}{5}$. Se amestecă 10 l soluție din primul vas cu 4 l soluție din

al doilea vas. Care este concentrația soluției obținute?

28. Știind că $\frac{3a}{5b} = 0,5$, calculați $\frac{2a+3b}{8a-4b}$.

Cuprins

RECAPITULAREA MATERIEI DE CLASA A V-A

| | |
|---|---|
| 1. Exerciții și probleme recapitulative | 5 |
| 2. Teste de evaluare | 7 |

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

| | |
|--|----|
| 1.1. Mulțimi | 12 |
| 1.1.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime | 12 |
| 1.1.2. Relații între mulțimi | 15 |
| 1.1.3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite. Mulțimi infinite. Mulțimea numerelor naturale | 17 |
| 1.1.4. Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență | 19 |
| 1.1.5. Recapitulare și sistematizare prin teste | 24 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 27 |
| 1.2. Divizibilitatea numerelor naturale | 29 |
| 1.2.1. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime | 29 |
| 1.2.2. Aplicație: determinarea celui mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.), numere prime între ele | 34 |
| 1.2.3. Aplicație: determinarea celui mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.) | 37 |
| 1.2.4. Proprietăți ale divizibilității în \mathbb{N} | 39 |
| 1.2.5. Probleme care se rezolvă folosind divizibilitatea | 43 |
| 1.2.6. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană | 45 |
| 1.2.7. Recapitulare și sistematizare prin teste | 46 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 51 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 53 |

Capitolul II. RAPOARTE ȘI PROPORȚII

| | |
|---|----|
| 2.1. Rapoarte | 55 |
| 2.1.1. Raport | 55 |
| 2.1.2. Titlul unui aliaj | 55 |
| 2.1.3. Concentrația unei soluții | 56 |
| 2.1.4. Scara unui desen | 56 |
| 2.2. Procente | 59 |
| 2.2.1. Procent | 59 |
| 2.2.2. Aflarea a $p\%$ dintr-un număr | 60 |
| 2.2.3. Aflarea unui număr când cunoaștem $p\%$ din el | 60 |
| 2.2.4. Calculul raportului procentual | 60 |
| 2.2.5. Creșteri și scăderi cu $p\%$ | 60 |
| 2.2.6. Procente din procente | 61 |
| 2.3. Proporții | 64 |
| 2.3.1. Proporție | 64 |
| 2.3.2. Proprietatea fundamentală a proporției | 64 |
| 2.3.3. Aflarea unui termen necunoscut al unei proporții | 64 |
| 2.3.4. Proporții derivate | 65 |
| 2.3.5. Șir de rapoarte egale | 65 |
| 2.3.6. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană | 68 |
| 2.3.7. Recapitulare și sistematizare prin teste | 71 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 73 |

| | |
|---|----|
| 2.4. Mărimi proporționale | 75 |
| 2.4.1. Mărimi direct proporționale | 75 |
| 2.4.2. Mărimi invers proporționale | 76 |
| 2.4.3. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană | 81 |
| 2.4.4. Recapitulare și sistematizare prin teste | 82 |
| 2.5. Elemente de organizare a datelor. Reprezentarea datelor prin grafice în contextul proporționalității | 84 |
| 2.6. Probabilități (Aplicație la rapoarte) | 87 |
| 2.6.1. Recapitulare și sistematizare prin teste | 91 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 95 |

GEOMETRIE

RECAPITULAREA MATERIEI DE CLASA A V-A ȘI COMPLETĂRI

| | |
|---|-----|
| 1. Elemente de geometrie | 97 |
| 2. Exerciții și probleme recapitulative | 100 |
| 3. Teste de evaluare | 102 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 105 |

Capitolul I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

| | |
|---|-----|
| 1.1. Unghiuri | 107 |
| 1.1.1. Unghiuri opuse la vârf, congruența lor | 107 |
| 1.1.2. Unghiuri formate în jurul unui punct. Suma măsurilor lor | 110 |
| 1.1.3. Unghiuri suplimentare. Unghiuri complementare | 112 |
| 1.1.4. Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi | 115 |
| 1.1.5. Recapitulare și sistematizare prin teste | 119 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 121 |
| 1.2. Paralelism | 123 |
| 1.2.1. Drepte paralele: definiție, notație, construcție intuitivă prin translație. Axioma paralelelor | 123 |
| 1.2.2. Criterii de paralelism. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă | 125 |
| 1.2.3. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice | 129 |
| 1.2.4. Recapitulare și sistematizare prin teste | 132 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 135 |
| 1.3. Perpendicularitate | 137 |
| 1.3.1. Drepte perpendiculare în plan (definiție, notație, construcție). Oblice | 137 |
| 1.3.2. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice | 139 |
| 1.3.3. Distanța de la un punct la o dreaptă | 141 |
| 1.3.4. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment. Simetria față de o dreaptă | 143 |
| 1.3.5. Recapitulare și sistematizare prin teste | 148 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 151 |
| 1.4. Cercul | 153 |
| 1.4.1. Cerc. Elemente în cerc: centru, coardă, diametru, arc de cerc | 153 |
| 1.4.2. Unghi la centru. Măsuri | 156 |
| 1.4.3. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri | 158 |
| 1.4.4. Recapitulare și sistematizare prin teste | 161 |
| <i>Test de autoevaluare</i> | 163 |

| | |
|--------------------------------------|-----|
| Teste recapitulative | 165 |
| Indicații și răspunsuri | 172 |