

EDITURA PARALELA 45

Colecția **S**UBIECTE **P**OSIBILE

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.
Lucrarea este elaborată conform programei școlare în vigoare pentru Evaluarea Națională.

Redactare: Daniel Mitran
Tehnoredactare: Mioara Benza
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Matematică : Evaluarea Națională 2019 : clasa a VIII-a / Gheorghe Iurea,
Dorel Luchian, Gabriel Popa, ... - Pitești : Paralela 45, 2018
ISBN 978-973-47-2789-6

I. Iurea, Gheorghe
II. Luchian, Dorel
III. Popa, Gabriel

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2018
Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Gheorghe Iurea, Dorel Luchian,
Gabriel Popa, Ioan Șerdean, Adrian Zanoschi

matematică

evaluarea națională

2019

clasa a VIII-a

- Memorator de matematică •
- Teme recapitulative •
- 5 Variante de subiecte pentru luna Decembrie •
- 5 Variante de subiecte pentru luna Martie •
- 80 Variante de subiecte după modelul M.E.N. •



Editura Paralela 45

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

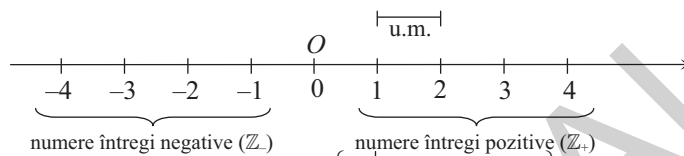
ALGEBRĂ

MULȚIMI NUMERICE

\mathbb{N} – mulțimea numerelor naturale; $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

\mathbb{Z} – mulțimea numerelor întregi; $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.



\mathbb{Q} – mulțimea numerelor raționale; $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ și } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$.

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$.

\mathbb{R} – mulțimea numerelor reale, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulțimea numerelor iraționale.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

OPERAȚII CU MULȚIMI

Reuniunea: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$.

Intersecția: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$.

Diferența: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$.

OPERAȚII CU NUMERE

$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(1+n) \cdot n}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ (citim: „ n factorial”); $0! = 1$.

Factor comun: $f \cdot a \pm f \cdot b = f \cdot (a \pm b)$, $\forall a, b, f \in \mathbb{R}$.

Opusul numărului real r este numărul real $-r$.

Inversul numărului real nenul r este numărul real $r^{-1} = \frac{1}{r}$.

TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST

În \mathbb{N} : $\forall a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0, \exists! c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r, 0 \leq r < b$.

În \mathbb{Z} : $\forall a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, \exists! c \in \mathbb{Z}, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r, 0 \leq r < |b|$.

DIVIZIBILITATE ÎN \mathbb{N}

Pentru $d, m \in \mathbb{N}$ spunem că $d \mid m$ dacă există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $m = d \cdot x$.

Proprietăți:

$$P_1: 1 \mid n; n \mid 0, \forall n \in \mathbb{N};$$

$$P_2: \text{Dacă } a, d \in \mathbb{N} \text{ și } d \mid a, \text{ atunci } d \mid a \cdot n, \forall n \in \mathbb{N};$$

$$P_3: \text{Dacă } a, b, d \in \mathbb{N}, d \mid a \text{ și } d \mid b, \text{ atunci } d \mid (a \pm b).$$

Criterii de divizibilitate:

I. Folosind ultima cifră a numărului:

$$2 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 2, 4, 6, 8\}; 5 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 5\}; 10 \mid n \Leftrightarrow u(n) = 0.$$

II. Folosind suma cifrelor numărului:

$$3 \mid n \Leftrightarrow 3 \mid S(n); 9 \mid n \Leftrightarrow 9 \mid S(n).$$

III. Folosind ultimele două cifre ale numărului:

$$4 \mid \overline{a \dots xy} \Leftrightarrow 4 \mid \overline{xy}; 25 \mid \overline{a \dots xy} \Leftrightarrow 25 \mid \overline{xy}.$$

Număr prim: număr natural care are exact doi divizori.

C.m.m.d.c.: $d = (a, b)$ dacă: i) $d \mid a$ și $d \mid b$;

ii) dacă $d' \mid a$ și $d' \mid b$, atunci $d' \mid d$.

Pentru a calcula (a, b) procedăm astfel:

- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni, o singură dată, la exponentul cel mai mic și îi înmulțim.

Numerele a și b sunt relativ prime (prime între ele) dacă $(a, b) = 1$.

Dacă $d = (a, b)$, atunci $a = dx$, $b = dy$, cu $x, y \in \mathbb{N}$, $(x, y) = 1$.

Dacă $n \mid a$ și $n \mid b$, atunci $n \mid (a, b)$.

Dacă $a \mid b \cdot c$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid c$.

C.m.m.m.c.: $m = [a, b]$ dacă: i) $a \mid m$ și $b \mid m$;

ii) dacă $a \mid m'$ și $b \mid m'$, atunci $m \mid m'$.

Pentru a calcula $[a, b]$ procedăm astfel:

- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni și necomuni, o singură dată, la exponentul cel mai mare și îi înmulțim.

Dacă $a \mid n$ și $b \mid n$, atunci $[a, b] \mid n$.

Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}$, are loc egalitatea $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$.

PUTERI

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}; a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*;$$

$$a^0 = 1, \forall a \in \mathbb{R}^*; a^1 = a, \forall a \in \mathbb{R}; 1^n = 1, \forall n \in \mathbb{N}; 0^0 \text{ nu are sens.}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{N}.$$

5 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA MARTIE

TESTUL 6

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $5 - 2 \cdot (2 + 3)$ este egal cu
- 5p 2. Prețul unei cărți este de 35 de lei. După o reducere cu 20%, prețul cărții va fi ... lei.
- 5p 3. $\sqrt{676}$ este egal cu numărul natural
- 5p 4. Un paralelogram $ABCD$ are $m(\sphericalangle BAD) = 65^\circ$. Măsura unghiului $\sphericalangle ABC$ este egală cu ... $^\circ$.
- 5p 5. În figura 1 este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată $VABC$ cu baza ABC . Suma tuturor muchiilor piramidei este 15 cm, iar lungimea segmentului AB este 2 cm. Lungimea muchiei VA este egală cu ... cm.
- 5p 6. În diagrama din figura 2 este reprezentată deplasarea unui sportiv la un antrenament. Perioada de timp în care acesta s-a odihnit este egală cu ... minute.

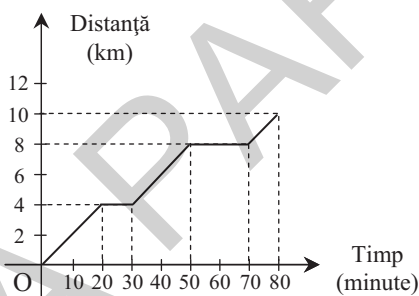
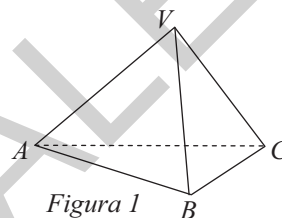


Figura 2

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă regulată $ABCD A'B'C'D'$ și înălțimea OO' a acestuia.
- 5p 2. Determinați toate perechile de numere întregi (a, b) astfel încât $\frac{a}{7} = \frac{2}{2b+1}$.
- 5p 3. Un teren este reprezentat pe o hartă cu scara 1 : 1000 printr-un pătrat cu latura de 8 mm. Aflați câți metri pătrați are, în realitate, terenul.
4. Se consideră numerele $a = \left(\frac{2}{5\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{75}} \right) \cdot \sqrt{27}$ și $b = 0,(\overline{6})$.
- 5p a) Arătați că numărul a este rațional.
- 5p b) Calculați media geometrică a numerelor a și b .

5p 5. Arătați că, pentru orice număr întreg x , numărul $x^2 + 9x + 20$ este egal cu produsul a două numere întregi consecutive.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 3 este reprezentat schematic un avion. Se știe că punctele A, M, D, N sunt coliniare, ABC și DEF sunt triunghiuri isoscele cu $m(\sphericalangle BAC) = m(\sphericalangle EDF) = 120^\circ$, iar M și N sunt mijloacele laturilor BC , respectiv EF .
- 5p a) Arătați că triunghiurile ABC și DEF sunt asemenea.
- 5p b) Arătați că dreptele BC și EF sunt paralele.
- 5p c) Dacă $AM = 6$ m și $DN = 2$ m, calculați anvergura fiecărei aripi a avionului, adică lungimile segmentelor BC și EF .

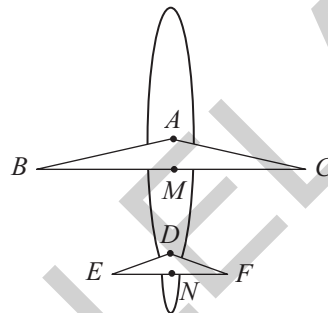


Figura 3

2. În figura 4 este reprezentată o cutie în formă de prismă patrulateră regulată cu baza $ABCD$ și $AB = 20$ cm, $AA' = 10\sqrt{6}$ cm.
- 5p a) Stabiliți dacă în cutie încapă o riglă de 40 cm.
- 5p b) Calculați distanța de la punctul A' la dreapta BD .
- 5p c) Determinați măsura unghiului dintre planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$.

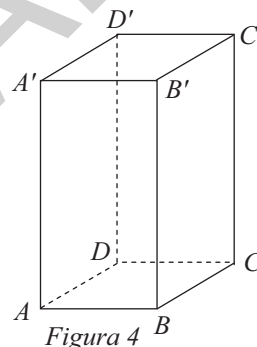


Figura 4

TESTUL 7

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $5 \cdot 0,4 - 12 : 4$ este egal cu
- 5p 2. O optime din lungimea unui drum reprezintă 12 km. Lungimea drumului este egală cu ... km.
- 5p 3. Cel mare dintre numerele $3\sqrt{2}$ și $2\sqrt{5}$ este numărul
- 5p 4. Un romb $ABCD$ are $AB = 6$ cm și $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$. Aria lui $ABCD$ este egală cu ... cm².
- 5p 5. În figura 1 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$ și toate muchiile egale. Măsura unghiului dintre dreptele VB și AD este egală cu ...°.

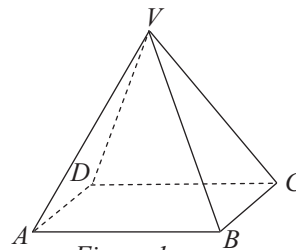


Figura 1

80 DE VARIANTE DE SUBIECTE DUPĂ MODELUL M.E.N.

TESTUL 11

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $20 - 10 : 5 + 5$ este egal cu
2. Dacă trei caiete costă 7,20 lei, atunci un caiet costă ... lei.
3. Dacă $\frac{x}{12} = \frac{5}{4}$, atunci numărul $3x - 40$ este egal cu
4. Un triunghi echilateral ABC are perimetrul egal cu 12,6 m. Lungimea laturii AB este egală cu ... m.
5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCD A'B'C'D'$ cu aria totală de 96 cm^2 . Lungimea laturii AB este egală cu ... cm.
6. În tabelul de mai jos sunt trecute rezultatele obținute în urma măsurării înălțimii fiecărui elev dintr-o clasă:

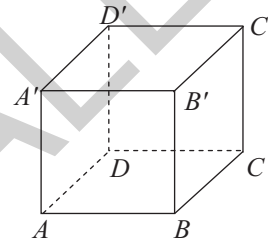


Figura 1

Înălțimea (în cm)	≤ 150	151-160	161-170	171-180	≥ 180
Număr de elevi	2	3	4	18	7

Numărul elevilor din clasă cu înălțimea mai mare de 1,60 m este egal cu

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un con circular drept cu vârful V .
2. Determinați elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2 + x| = 5\}$.
3. Bursa lunară a unui elev este mai mică decât 450 lei cu jumătate din valoarea ei. Aflați câți lei primește elevul ca bursă lunară.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$.
 - a) Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției f cu axele Ox și Oy ale unui sistem de coordonate xOy .
 - b) Determinați coordonatele punctelor de pe graficul funcției f care se află la 3 unități distanță de originea sistemului de coordonate xOy .
5. Fie $E(x) = \frac{x}{x^3 + x^2} : \frac{(x+2)(2x-1) - x(x+3) + 1}{(2x+2)(3x-3)}$, unde x este număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 1$. Arătați că $E(x) = \frac{6}{x(x+1)}$, pentru orice x număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 1$.

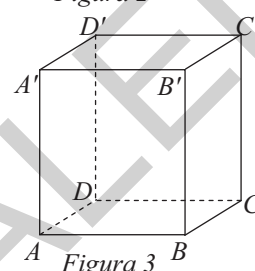
Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 2 este reprezentat un dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 60$ cm și $BC = 50$ cm. Pătratele $AEFG$ și $CHIJ$ au laturile egale cu 10 cm.



- Aflați câți cm^2 are aria suprafeței hașurate.
- Arătați că, dacă M este mijlocul segmentului AB , atunci dreptele FM și IM sunt perpendiculare.
- Arătați că dreptele EH , FI și GJ sunt concurente.

2. În figura 3 este reprezentată o prismă patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$ cu latura bazei $AB = 4$ m și muchia laterală $AA' = 2\sqrt{2}$ m.

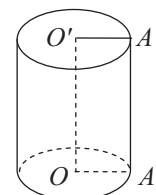


- Calculați volumul prisme (în m^3).
- Determinați sinusul unghiului format de dreptele $A'C$ și AD .
- Arătați că planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$ sunt perpendiculare.

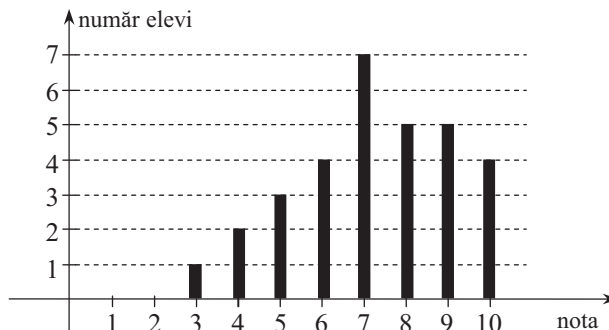
TESTUL 12

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $-2^2 + 4 \cdot (-3)$ este egal cu ...
- Dacă $a = 250$, atunci 30% din a este egal cu ...
- Dintr-o clasă cu 12 băieți și 18 fete se alege, la întâmplare, un elev. Probabilitatea ca elevul ales să fie băiat este egală cu ...
- Lungimea diagonalei unui pătrat cu perimetrul de 24 cm este egală cu ... cm.
- În figura 1 este reprezentat un cilindru circular drept cu raza bazei $OA = 8$ cm și înălțimea $OO' = 10$ cm. Aria laterală a cilindrului este de ... $\pi \text{ cm}^2$.



6. Rezultatele elevilor unei clase la teza de matematică sunt reprezentate în graficul de mai jos. Numărul elevilor din clasă care au luat peste 7 este egal cu ...



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$.
2. Dacă $x \in \mathbb{R}^*$, astfel încât $x + \frac{1}{x} = 4$, aflați valoarea sumei $x^2 + \frac{1}{x^2}$.
3. Aflați cel mai mic număr natural care împărțit la numerele 15, 30 și 45 dă, de fiecare dată, un cât diferit de zero și restul 13.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 6$.
 - a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
 - b) Calculați $P = f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(99) \cdot f(100)$.
5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{(x^2 + 4x + 3)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 + 5x + 6}$, unde x este un număr real, $x \neq -3$ și $x \neq -2$. Arătați că $E(x) \geq 0$, pentru orice x număr real, $x \neq -3$ și $x \neq -2$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Triunghiul ABC , din figura 2, are $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$, $AB = 30$ cm și $AC = 40$ cm. Fie $AQ \perp BC$, $Q \in (BC)$ și M, N, P mijloacele laturilor BC, CA , respectiv AB .
 - a) Arătați că triunghiurile APN și QPN sunt congruente.
 - b) Calculați perimetrul patrulaterului $MNPQ$ (în cm).
 - c) Demonstrați că punctele M, N, A, P, Q se află pe un cerc.

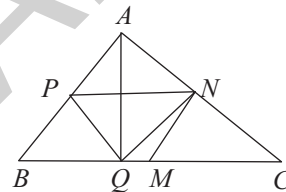


Figura 2

2. În figura 3 este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată $ABCD$, cu baza $AB = 3$ m, apotema $DM = 1$ m ($M \in BC$) și înălțimea DO . Fie punctul $V \in DO$ ($D \in (VO)$) astfel încât $VD = 9DO$.
 - a) Arătați că $DO = 0,5$ m.
 - b) Aflați lungimea segmentului VO (în m).
 - c) Calculați tangenta unghiului format de dreapta DA cu planul (ABC) .

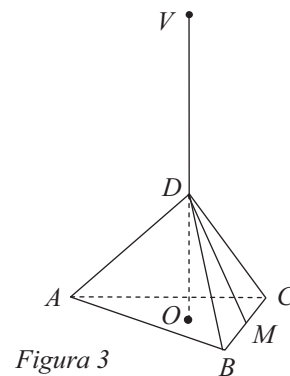


Figura 3

TESTUL 13

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $10 \cdot 0,23 + 1,7$ este egal cu ...
2. Dacă $\frac{2}{x} = \frac{y}{7}$, atunci numărul $xy - 20$ este egal cu ...

Cuprins

MEMORATOR DE MATEMATICĂ / **5**

TEME RECAPITULATIVE / **23**

5 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA DECEMBRIE / **81**

5 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA MARTIE / **88**

80 DE VARIANTE DE SUBIECTE, după modelul M.E.N. / **95**

SOLUȚII / **200**